הצעת פתרון- בחינת הבגרות במתמטיקה מועד ב'

קיץ 15 שאלון 803

הצעת הפתרון נכתבה על-ידי מורים למתמטיקה
בבתי הספר של קידום.

אלגברה

1. המחיר של כרטיס למופע רוק יקר ב- 80% מהמחיר של כרטיס להצגה.

אבי קנה כרטיס אחד למופע רוק וכרטיס אחד להצגה.

הוא שילם סך הכול 252 שקלים.

א. מצא את המחיר של הכרטיס להצגה.

המחיר של כרטיס לסרט זול ב- 54 שקלים מהמחיר של כרטיס להצגה.

ב. מצא איזה אחוז מהווה המחיר של הכרטיס לסרט מהמחיר של הכרטיס להצגה.

שאלה 1

א. מחיר כרטיס להצגה - x

מחיר מופע רוק - $1.8x$

$1.8x + x = 252$

$2.8x = 252$

$\boxed{x = 90}$

המחיר של כרטיס להצגה הוא 90 ש"ח

המחיר של מופע רוק הוא 162 ש"ח

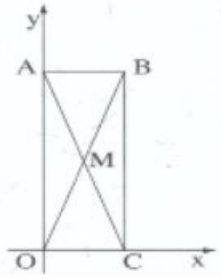
ב. $90 - 54 = 36$

מחיר של כרטיס לסרט הוא 36 ש"ח

$\frac{36}{90} \cdot 100\% = 40\%$

כרטיס לסרט מהווה 40% מהמחיר של כרטיס להצגה.

2. נתון מלבן ABCO , ששתיים מצלעותיו מונחות על הצירים, כמתואר בציור.



האלכסון AC מונח על ישר שמשוואתו $y = -3x + 9$.

א. מצא את נקודות החיתוך של הישר AC עם הצירים.

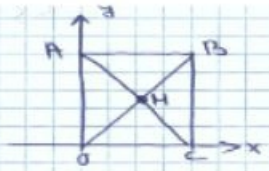
ב. מהי משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB ?

ג. (1) מצא את השיעורים של הקדקוד B .

(2) מצא את משוואת האלכסון OB .

ד. אלכסוני המלבן נפגשים בנקודה M .

מצא את שטח המשולש AMB .



AC: $y=-3x+9$

א. נקודת חיתוך עם x:

$0=-3x+9$

$3x=9$

$x=3$ $\boxed{C(3,0)}$

נקודת חיתוך עם y:

$y=-3\cdot 0+9$

$y=9$ $\boxed{A(0,9)}$

ב. הישר AB מקביל לציר ה-x ומשוואתו $\boxed{y=9}$

ג. (1) ערך ה-x של נקודה B שמתחת ל"ב נקודה C $x_B=3$

ערך ה-y של נקודה B שמתחת ל"ב נקודה A $y_B=9$

$\boxed{B(3,9)}$

(2) $O(0,0)$ $B(3,9)$

$m_{OB}=\frac{9-0}{3-0}=3$

משוואת OB: $y-0=3(x-0)$

$\boxed{y=3x}$

ד. הנקודה M:

$-3x+9=3x$

$-6x=-9$

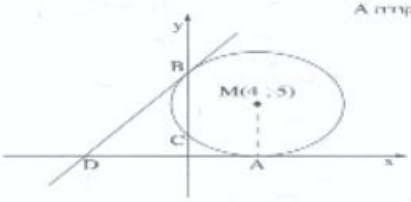
$x=1.5$

$y=3\cdot 1.5=4.5$ $\boxed{M(1.5,4.5)}$

אורך AB: 3 יח', אורך הגובה, מנקודה M: $9-4.5=4.5$ יח'

$S_\Delta=\frac{4.5\cdot 3}{2}=\boxed{6.75 \text{ יח"ר}}$

3. מעגל שמרכזו $M(4\,,5)$ משיק לציר ה־ x בנקודה A (ראה ציור).



א. מהו שיעור ה־ x של הנקודה A?

ב. (1) מהו האורך של רדיוס המעגל?

(2) רשום את משוואת המעגל.

המעגל חותך את ציר ה־ y בנקודות B ו־ C (B מעל C).

ג. (1) מצא את השיעורים של הנקודה B ואת השיעורים של הנקודה C.

(2) מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה B.

ד. המשיק, שאת משוואתו מצאת בתת־סעיף ג(2), חותך את ציר ה־ x בנקודה D (ראה ציור).

מצא את היקף המשולש DAM.

א. שיעור ה-x של נקודה A בדומה לשיעור ה-x של מרכז המעגל $\boxed{x_A=4}$

ב. (1) אורך רד.ל המעגל $R=5$

(2) $(x-4)^2+(y-5)^2=5^2$

$\boxed{(x-4)^2+(y-5)^2=25}$

ג. (1) שדות החיתוך עם ציר ה-y:

$(0-4)^2+(y-5)^2=25$

$16+y^2-10y+25=25$

$y^2-10y+16=0$

$(y-8)(y-2)=0$

$y=8\ ,\ y=2$

$\boxed{C(0,2)}$ $\boxed{B(0,8)}$

(2) $m_{MB}=\frac{8-5}{0-4}=-\frac{3}{4}$

$m_{\text{מאונך}}=+\frac{4}{3}$

$y-8=\frac{4}{3}(x-0)$

$y=\frac{4}{3}x+8$

$\boxed{y=1\frac{1}{3}x+8}$

ד. הנקודה D ←

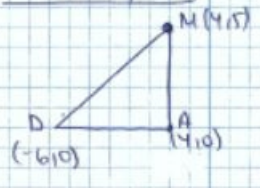
$0=1\frac{1}{3}x+8$

$-1\frac{1}{3}x=8$

$x=-6$

$\boxed{D(-6,0)}$

המשך שאלה 3

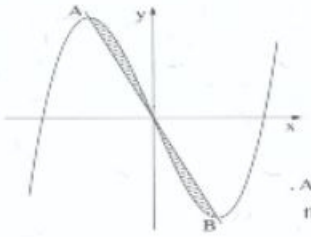


$d_{MA}=5$ ק"מ

$d_{AD}=4-(-6)=10$ ק"מ

$d_{DM}=\sqrt{(4-(-6))^2+(5-0)^2}=5\sqrt{5}$ ק"מ

$P_{DMA}=5+10+5\sqrt{5}=15+5\sqrt{5}$ ק"מ $=\boxed{26.18}$



4. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$.
נקודה A היא נקודת המקסימום של הפונקציה,
ונקודה B היא נקודת המינימום של הפונקציה,
כמתואר בציור.

א. מצא את השיעורים של הנקודה A
ואת השיעורים של הנקודה B.

ב. הראה כי נקודת ראשית הצירים נמצאת על הישר AB.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$
ועל ידי הישר AB (השטח המקווקו בציור).

א.
$f(x) = x^3 - 12x$
$f'(x) = 3x^2 - 12$
$3x^2 - 12 = 0$
$x^2 = 4$
$x = \pm 2$
$f(2) = 2^3 - 12 \cdot 2 = -16$ $\quad B(2,-16)$ min
$f(-2) = (-2)^3 - 12 \cdot (-2) = 16$ $\quad A(-2,16)$ max

ב. משוואת AB: $m_{AB} = \frac{-16-16}{2-(-2)} = -8$

$y - 16 = -8(x-(-2))$
$y - 16 = -8x - 16$
$\boxed{y = -8x}$

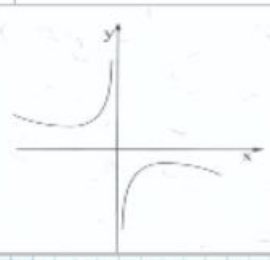
נבדוק האם ראשית הצירים $(0,0)$ נמצאת על הישר
$0 \overset{?}{=} -8 \cdot 0$
$0 = 0$
הנקודה עסוק אומת, כלומר ראשית הצירים נמצאת על AB.

ג.
$S_1 = \int_{-2}^{0} [x^3 - 12x - (-8x)]dx = \int_{-2}^{0} [x^3 - 4x]dx =$
$= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{4x^2}{2}\right]_{-2}^{0} = \left(\frac{0}{4} - \frac{0}{2}\right) - \left(\frac{(-2)^4}{4} - \frac{4 \cdot (-2)^2}{2}\right) = 4$ יח'

$S_2 = \int_{0}^{2} [-8x - (x^3 - 12x)]dx = \int_{0}^{2} [4x - x^3]dx = \left[\frac{4x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_{0}^{2}$
$= \left(\frac{4 \cdot 2^2}{2} - \frac{2^4}{4}\right) - (0) = 4$ יח'

$S = S_1 + S_2 = 4 + 4 = \boxed{8 \text{ יח'}}$

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$ (ראה צייר).



א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. האם הנגזרת $f'(x)$ חיובית בנקודה שבה $x = 6$? נמק.

שאלה 5

$$f(x) = \frac{1}{2} - \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$$

א. (1) תחום הגדרה - $\boxed{0 \neq x}$

(2). האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $\boxed{0 = x}$

ב. נקודות קיצון:

$$f'(x) = -\frac{1}{4} + \frac{4}{x^2}$$

$$-\frac{1}{4} + \frac{4}{x^2} = 0$$

$$-x^2 + 16 = 0$$

$$x = \pm 4$$

$$f(4) = \frac{1}{2} - \frac{4}{4} - \frac{4}{4} = -1.5$$

$$f(-4) = \frac{1}{2} - \frac{(-4)}{4} - \frac{4}{(-4)} = 2.5$$

נקודות חשודות לקיצון
$(4, -1.5)$
$(-4, 2.5)$

x	$-\infty$	-4	-2	0	2	4	∞
y'	$-$	0	$+$		$+$		$-$
כיוון	↘	min	↗		↗	max	↘

$$f''(x) = -\frac{8x}{x^4}$$

$$f''(-4) = -\frac{8(-4)}{(-4)^4} = + \text{ min}$$

או

$$f''(4) = -\frac{8 \cdot 4}{4^4} = - \text{ max}$$

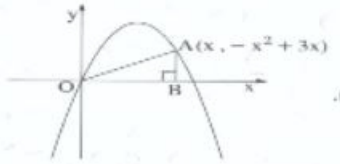
$(4, -1.5)$ max
$(-4, 2.5)$ min

ג. הנגזרת עבור $x = 6$ נמצאת בתחום הירידה של הפונקציה, ולכן בנקודה $x = 6$ הנגזרת תהיה שלילית

ד. אפשרות נוספת:

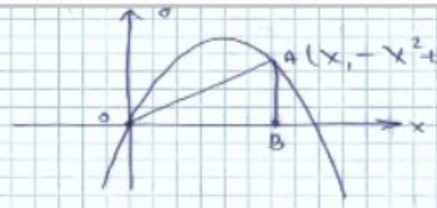
$$f'(6) = -\frac{1}{4} + \frac{4}{6^2} = -$$

6. נקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה $y = -x^2 + 3x$.
דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה־ x החותך את הציר בנקודה B.
נסמן ב־ x את שיעור ה־ x של הנקודה A (ראה ציור).



א. הבע באמצעות x את האורך של OB
ואת האורך של AB.
O — ראשית הצירים.

ב. (1) מצא מה צריך להיות x, כדי ששטח המשולש ABO יהיה מקסימלי.
(2) מצא את השטח המקסימלי של המשולש ABO.



ג. הנקודה B $(x,0)$

הנקודה O $(0,0)$

$\boxed{d_{OB} = x}$

$\boxed{d_{AB} = -x^2+3x}$

ב. (1) מטרה $f(x) = \frac{x\cdot(-x^2+3x)}{2} = \frac{-x^3+3x^2}{2}$

$f'(x) = \frac{-3x^2+6x}{2}$

$\frac{-3x^2+6x}{2} = 0$

$-3x^2+6x=0$

$-3x(x-2)=0$

$x=0 \quad x=2$

$f''(x) = \frac{-6x+6}{2}$

$f''(0) = \frac{6}{2} = 3 = \min$

$f''(2) = \frac{-6\cdot 2+6}{2} = -3 = \max$

* אפשר לפסול את $x=0$ מכלי לבדוק משום שהוא לא מגיע למיקום הנקודה A

כאשר $x=2$, שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

(2). $S_{\text{מקסימלי}} = \frac{-(2)^3+3\cdot 2^2}{2} = \boxed{2 \text{ יח'}^2}$